МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Липецкий государственный технический университет**

Факультет автоматизации и информатики

Домашняя работа №2

по математическому программированию

Студент Станиславчук С. М.

Группа АС-21-1

Руководитель Качановский Ю. П.

Липецк 2023 г.

Содержание

1. Задание

2. Теория

3. Решение

4. Ответ

1. Задание

Вариант: 5

f(x) = x^4-14x^3+60x^2-70x,   
[4, 8]  
метод половинного деления

2. Теория

Известен первоначальный интервал $[a\_0, b\_0]$ и необходимо найти минимум данной функции на заданном отрезке с некоторой точностью E

1. Положим $x\_m = (a\_0 + b\_0) / 2$ и вычисляем значения функции $f(x\_m)$

2. Вычисляем точки согласно следующим соотношениям:

$x\_1 = a\_0 + ((b\_0 - a\_0) / 4)$ $x\_2 = b\_0 - ((b\_0 - a\_0) / 4)$

Затем вычисляем значения функции: $f(x\_1)$ и $f(x\_2)$. Заметим, что точки $x\_1$, $x\_m$, $x\_2$ делят интервал $[a\_0, b\_0]$ на 4 равные части.

3. Сравниваем $f(x\_1)$ и $f(x\_m)$. Если $f(x\_1) < f(x\_m)$ исключаем подынтервал $(x\_m, b\_0]$, положив $b\_1 = x\_m$. Средней точкой нового интервала поиска становится точка $x\_1$. Следовательно, необходимо положить $x\_m = x\_1, a\_1 = a\_0$ . Переходим к шагу 5. Если $f(x\_1) >= f(x\_m)$, переходим к шагу 4.

4. Сравниваем $f(x\_2)$ и $f(x\_m)$. Если $f(x\_2) < f(x\_m)$ исключаем подынтервал $[a\_0, x\_m)$, положив $a\_1 = x\_m$. Средней точкой нового интервала поиска становится точка $x\_2$. => Необходимо положить $x\_m = x\_2$, $b\_1 = b\_0$. переходим к шагу

5. Если $f(x\_2) >= f(x\_m)$, то исключаем сразу 2 подынтервала $[a\_0, x\_1)$ и $(x\_2, b\_0]$, положив $a\_1 = x\_1$ и $b\_1 = x\_2$. $x\_m$ продолжает

6. оставаться средней точкой нового интервала. Переходим к шагу 5.

7. Проверяем критерий останова. Если длина оставшегося интервала неопределенности $[a\_k, b\_k]$ на текущей итерации k становится меньше заданной точности $|b\_k - a\_k| <= E$

Поиск заканчиваем. Минимум функции равен $f(x\_m)$. В противном случае возвращаемся к шагу 2 и начинаем новую итерацию3. Решение

Для поиска точек минимума функции с использованием метода бисекции сначала определим нашу функцию f(x):

def f(x):

return x\*\*4 - 14\*x\*\*3 + 60\*x\*\*2 - 70\*x

Теперь мы можем использовать метод половинного деления для нахождения точки минимума функции на заданном интервале :

def find\_minimum\_bisection\_derivative(a, b, tol=1e-5):

iteration = 0

while (b - a) > tol:

# Шаг 1: Вычисление средней точки xm и двух дополнительных точек x1 и x2

xm = (a + b) / 2

x1 = a + (b - a) / 4

x2 = b - (b - a) / 4

# Шаг 2: Вычисление значений функции в трех точках: x1, xm и x2

f\_a = f(x1)

f\_m = f(xm)

f\_b = f(x2)

# Шаг 3: Сравнение значений функции и выбор перспективного подинтервала

if f\_a < f\_m and f\_a < f\_b:

b = xm

xm = x1

elif f\_b < f\_m:

a = xm

xm = x2

else:

a = x1

b = x2

iteration += 1

print(f"Iteration {iteration}: x = {xm:.6f}, f(x) = {f(xm):.6f}")

minimum\_x = xm

return minimum\_x

Определим границы нашего интервала и вычислим на нем точку минимума (применим нашу функцию):

a = 4

b = 8

minimum = find\_minimum\_bisection\_derivative(a, b)

Результат программы при толерантности = 1e^(-5) (повезло, конечно, с точкой, ведь минимум функции находится очень близко к центру интервала, полученной сразу с первой итерации) :

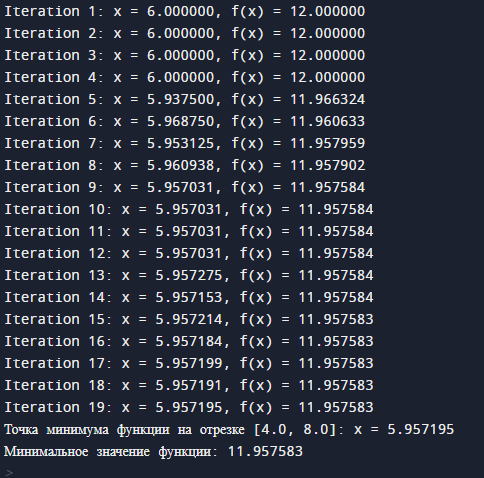




Рисунок 1. График функции y = x^{4}-14x^{3}+60x^{2}-70x   
(сайт Desmos.com)

Как видно из графика, результаты программы сошлись с реальными. Действительно, округлив, получим значение точки минимума: 5.957 при значении функции 11.958. Это и будет наш локальный минимум на интервале [4:8].

4. Ответ: минимум исходной функции на интервале [4, 8] найден в точке x = 5.957191 методом бисекции.